

Fysik PG 10060

Forårs-forelæsning #2 *Kinematik 2D*

With notes

Vi er lidt forsinket pga. IT-udfordringer



Forelæser:
Alexander Bagger,
Lektor, DTU Fysik

Kursusoverblik

Overblik over forårets forelæsninger, **foreløbig** plan:

Uge 1: Kinematik 1D (Kap. 3)

Uge 2: Kinematik 2D (Kap. 4)

Uge 3: Usikkerhed (python notes)

Uge 4: Eksperimenter (python notes) + Eksperiment 1

Uge 5: Kræfter 1 (Kap. 5) + Eksperiment 1

Uge 6: Kræfter 2 (Kap. 6)

Uge 7: Bevægelsesligninger (Kap. 15)

Uge 8: Arbejde Og Energi (Kap. 7) + Eksperiment 2

Uge 9: Energibevarelse (Kap. 8) + Eksperiment 2

Uge 10: Stød Og Impulsbevarelse (Kap. 9)

Påske (30/3)

Påske (6/4)

Uge 12: Rotation 1 (Kap. 10)

Uge 13: Rotation 2 (Kap. 11)

Uge 14: Energitema 1

Dagens forelæsning:

Uge 2: Kinematik 2D (Kap. 4)



- Bevægelse i 2 og 3 dimensioner
 - Position
 - Hastighed og fart
 - Acceleration
- Projektilbevægelse (skrå kast)
 - Eksempel 1
 - Eksempel 2
- Cirkel bevægelse
 - Case study
- Relativ bevægelse
 - Eksempel 4

Repetition (Kinematik 1D): Relevante formler

Konstant acceleration

Equation	Contains
$v = v_0 + at$	v, a, t ; no x
$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	x, v, t ; no a
$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	x, a, t ; no v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	x, v, a ; no t

Frit fald acceleration

$$v = v_0 - gt \text{ (positive upward)}$$

$$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \text{ (positive upward)}$$

General acceleration

$$\frac{dv}{dt} = a \Rightarrow v(t) = \int_0^t a(t)dt + v_0$$

$$\frac{dx}{dt} = v \Rightarrow x(t) = \int_0^t v(t)dt + x_0$$

Relevante formler

- Projektilbevægelse (skrå kast)

Affyring/
Landing
Horizontal

Tid $T_{tof} = \frac{2v_0 \sin(\theta)}{g}$

Bane ligning: $y = \tan(\theta) x - \left[\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\theta)} \right] x^2$

Højeste punkt: $y = \frac{(v_0 \sin(\theta))^2}{2g}$

Længde: $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$

Generelt

$x(t) = v_{0x} t$
 $y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$
 $v_x(t) = v_{0x}$
 $v_y(t) = v_{0y} - g t$

$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y - y_0)$
 $v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$
 $y(x) = y_0 + \tan(\theta) x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\theta)} x^2$



- Cirkel bevægelse

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_T = \frac{d|v|}{dt}$$

- Relativ bevægelse

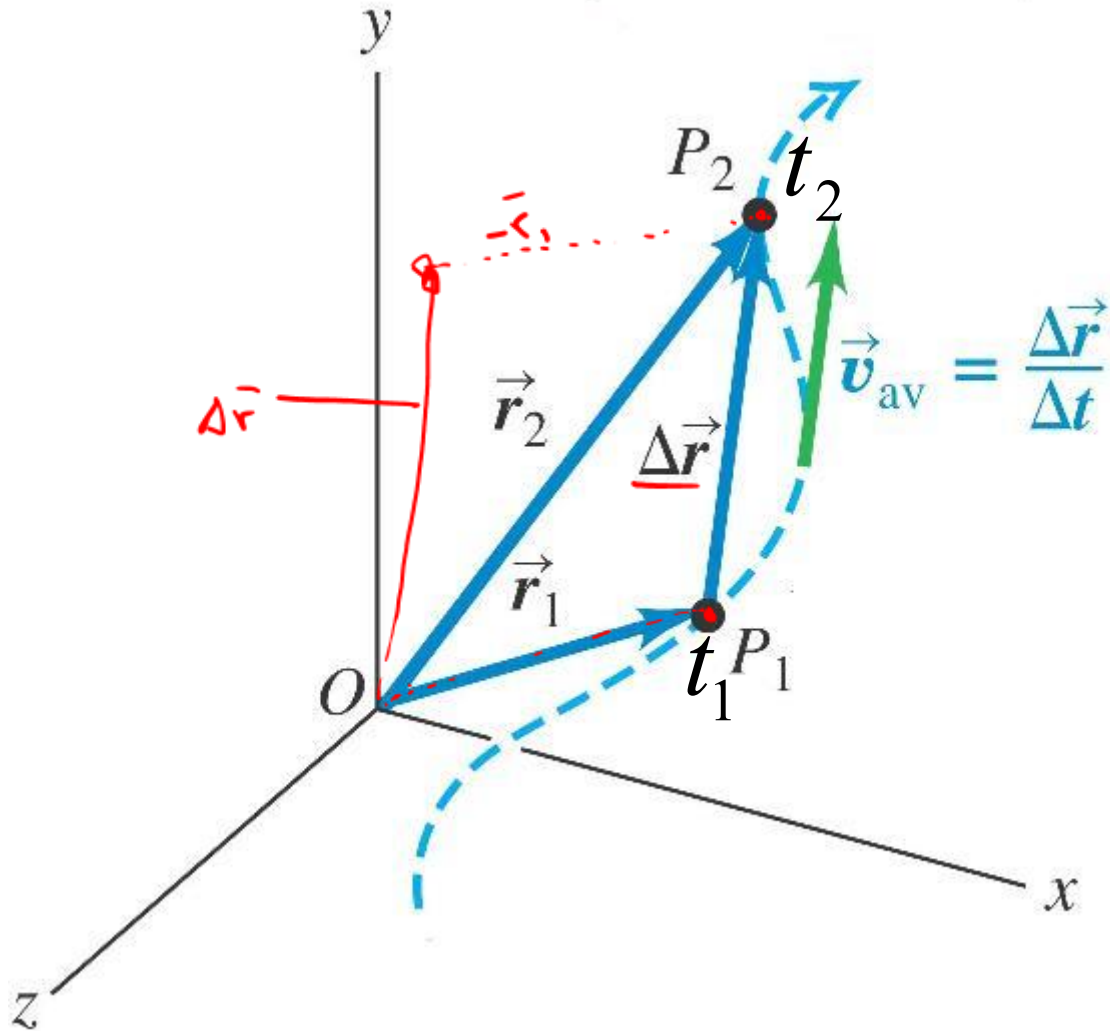
$$v_{PS} = v_{PS'} + v_{S'S}$$

$$a_{PS} = a_{PS'} + a_{S'S}$$

- Trigonometriske formler

$$\left[\begin{aligned} \sin(2\theta) &= 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \\ \tan(\theta) &= \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \end{aligned} \right]$$

Gennemsnitlig hastighedsvektor



positions vektor:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

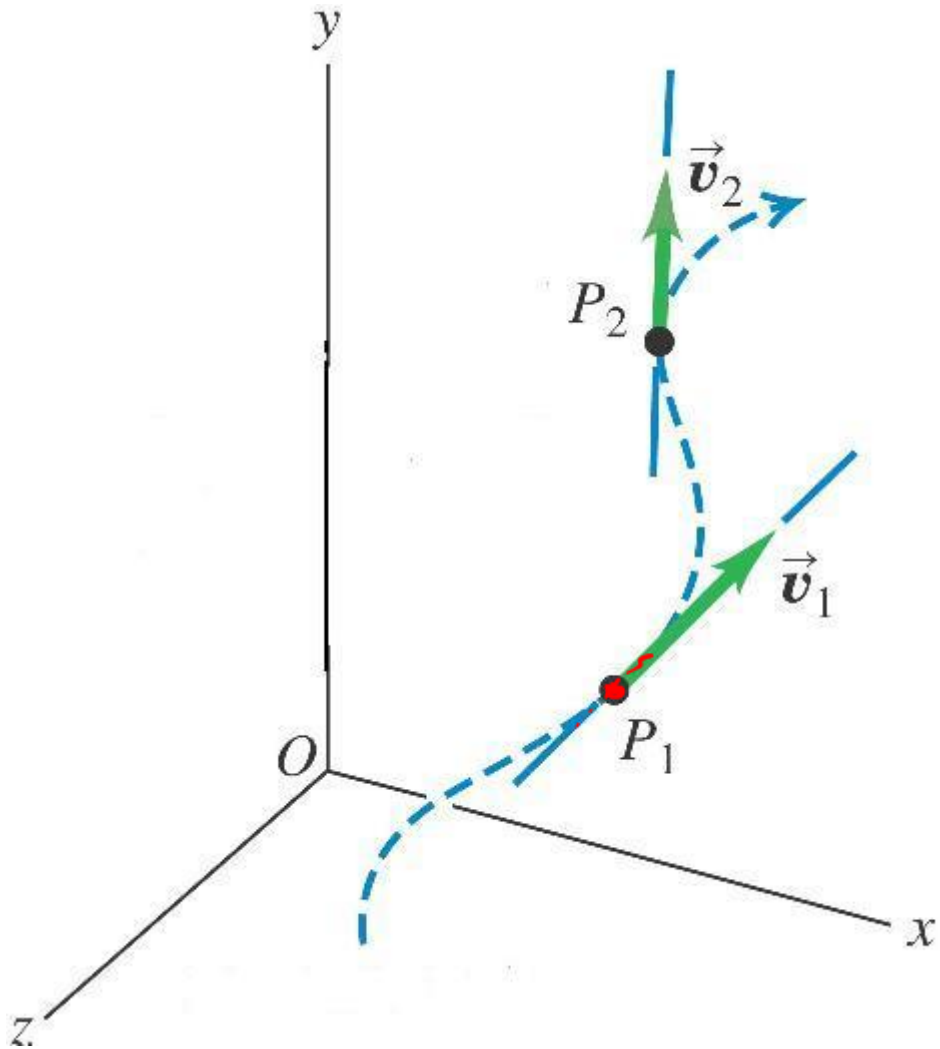
Ændring i position

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

gen. hastighedsvektor

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Instantan (øjeblikkelig) hastighedsvektor

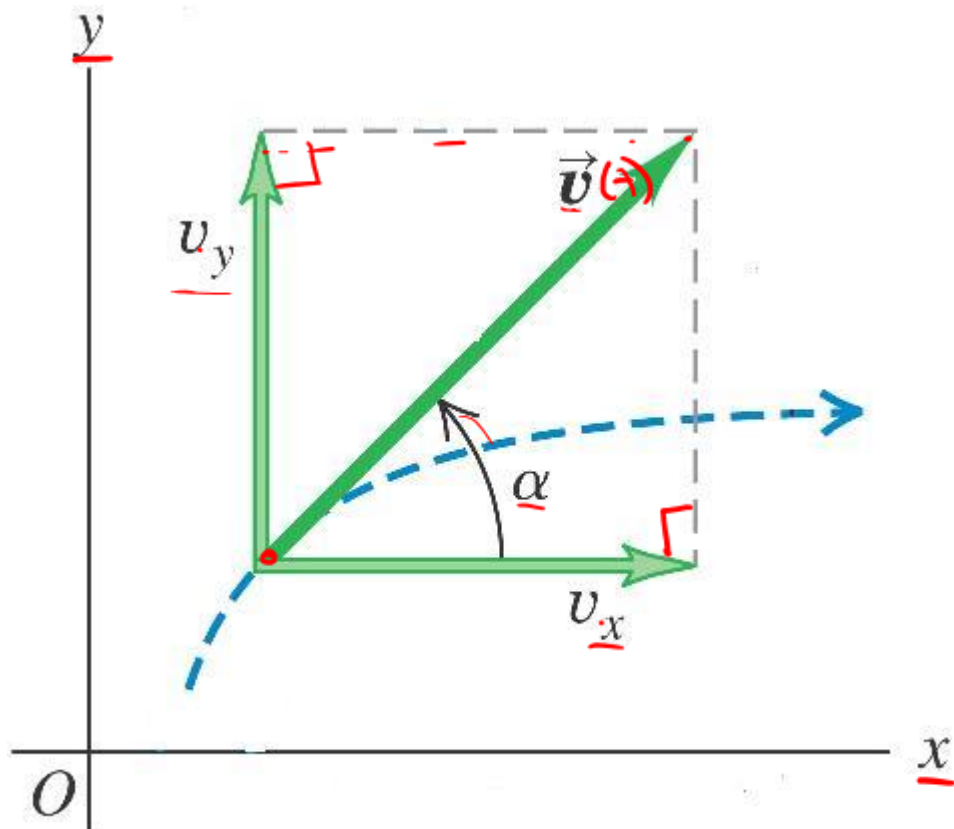


$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dy(t)}{dt} \\ \frac{dz(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix}$$

hast.: $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Komponenter af en hastighedsvektor



$$v_x = v(t) \cdot \cos(\alpha)$$

$$v_y = v(t) \cdot \sin(\alpha)$$

$$\text{fart : } |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

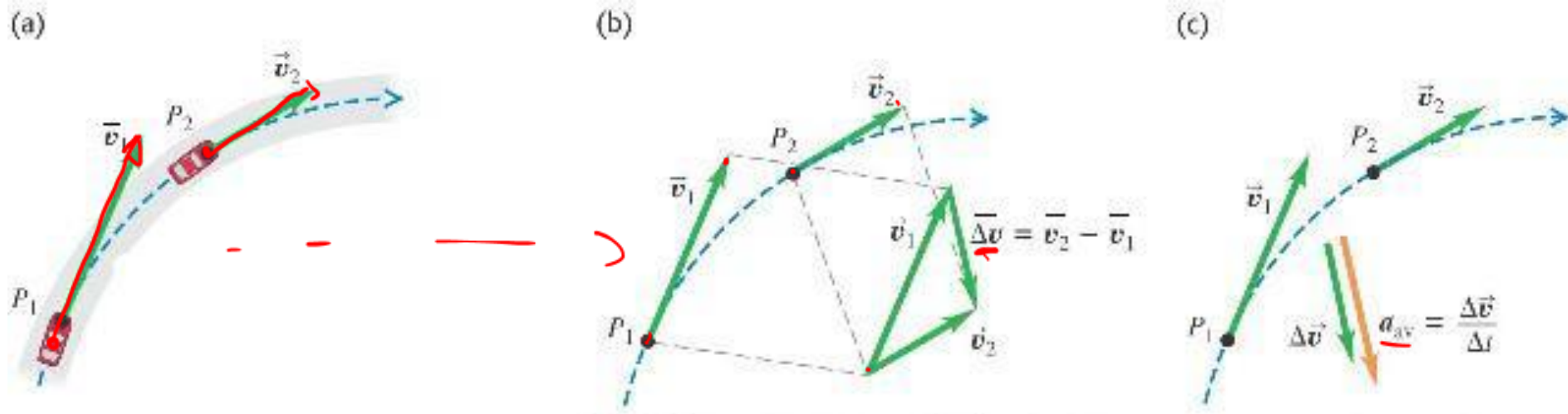
vinhel / retning

$$\tan(\alpha) = \frac{v_y}{v_x}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

alm
Trigonometri

Accelerationsvektoren

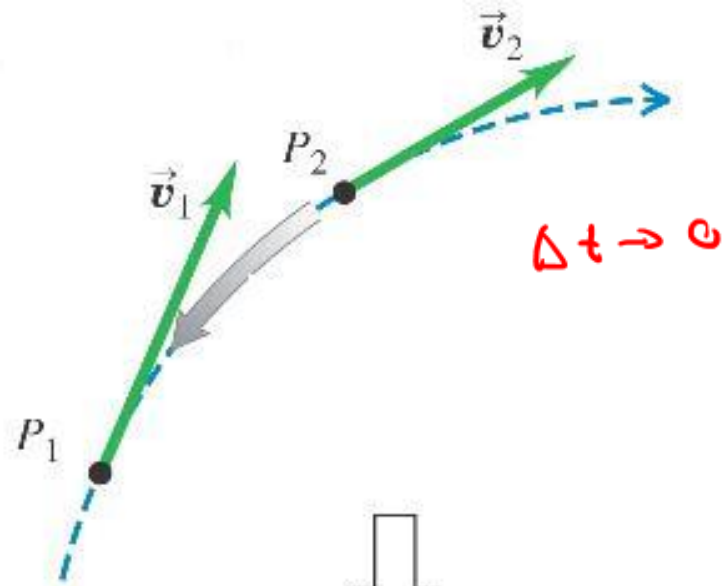


Ændring i hastigheds vektor
 $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

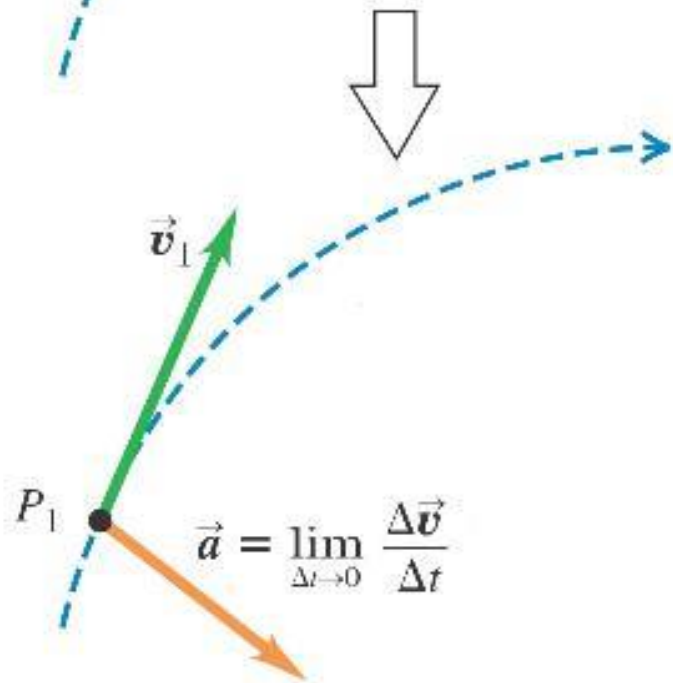
gen. acceleration

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Instantan (øjeblikkelig) accelerationsvektor

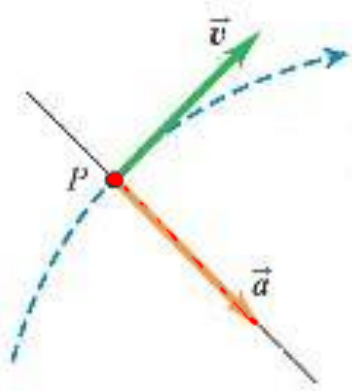


$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \\ \frac{dv_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

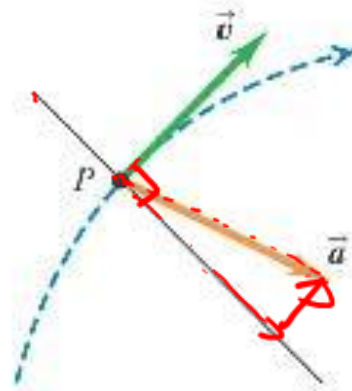


Parallel og vinkelret komponent af accelerationsvektor

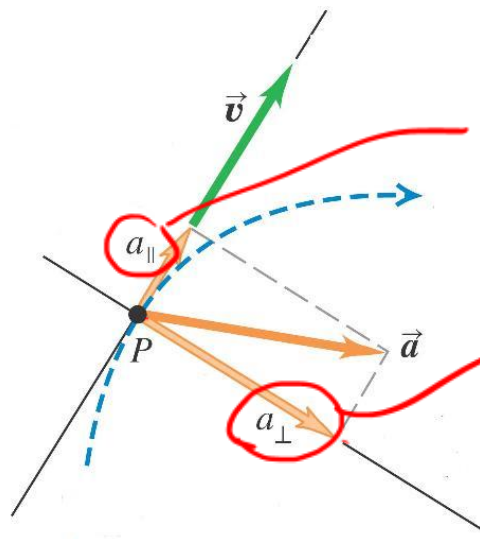
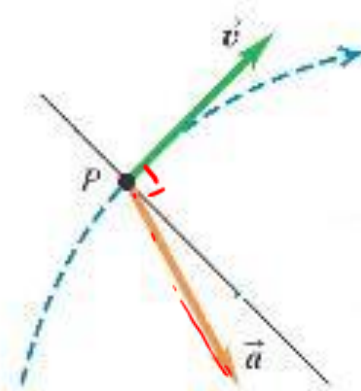
(a) konstant fart



(b) fart $\uparrow$



(c) fart $\downarrow$

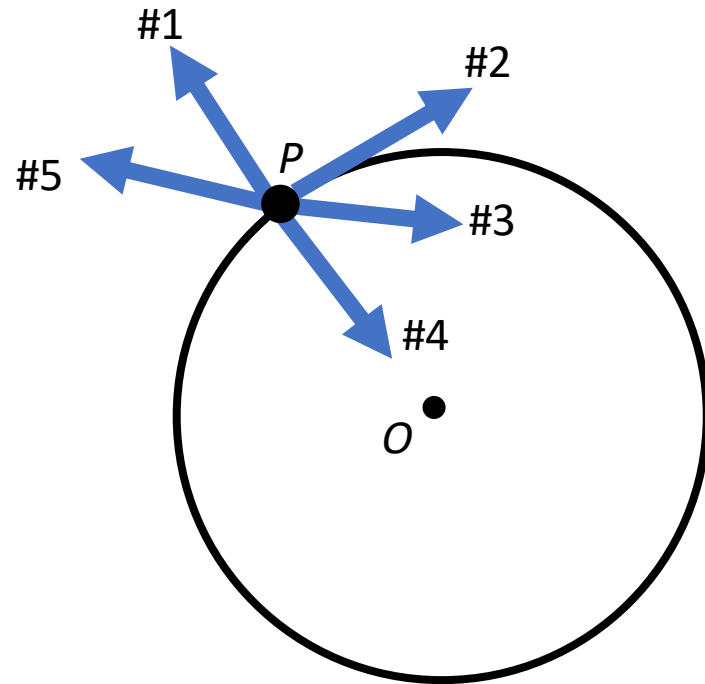


tangential $a_{\parallel}$: ændring i $|\vec{v}|$

Radial $a_{\perp}$: ændring af $\vec{v}$



Et legeme bevæger sig langs en cirkelformet bane med konstant fart (i urets retning). Centrum er i punktet O. Hvilken retning peger legemets acceleration i punktet P?



#1 (væk fra O)

0%

#2 (langs bevægelsesretningen)

0%

#3 (mellem bevægelses retning og O)

0%

#4 (ind mod O)

0%

#5 (skråt bagud)

0%



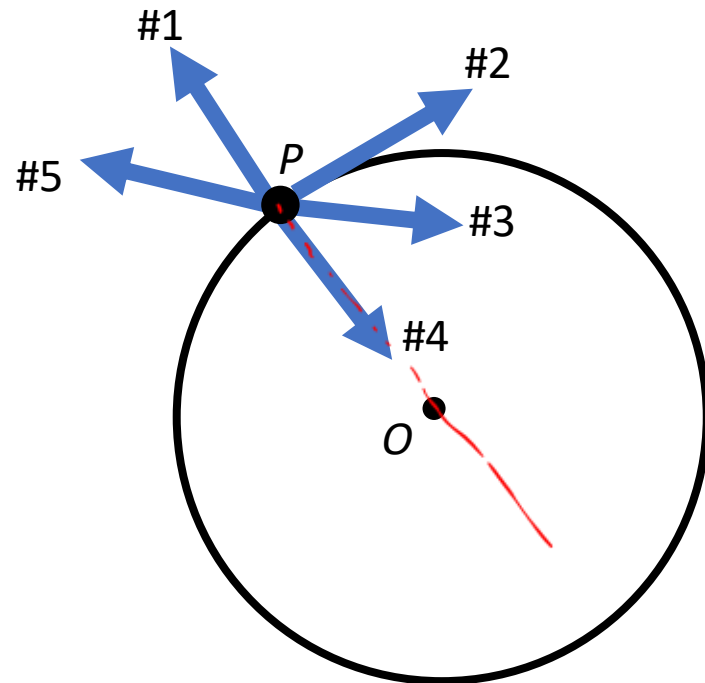


123

Join at: **vevox.app**ID: **192-692-974**

Preparing Results

Et legeme bevæger sig langs en cirkelformet bane med konstant fart (i urets retning). Centrum er i punktet O. Hvilken retning peger legemets acceleration i punktet P?



#1 (væk fra O)



1.6%

#2 (langs bevægelsesretningen)



6.4%

#3 (mellem bevægelses retning og O)



6.4%

#4 (ind mod O)



84.8%

#5 (skråt bagud)



0.8%



RESULTS SLIDE

Banekurve, hastighedsvektor, accelerationsvektor

Parameterfremstilling for banekurven.
Positionsvektoren.

$$\underline{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

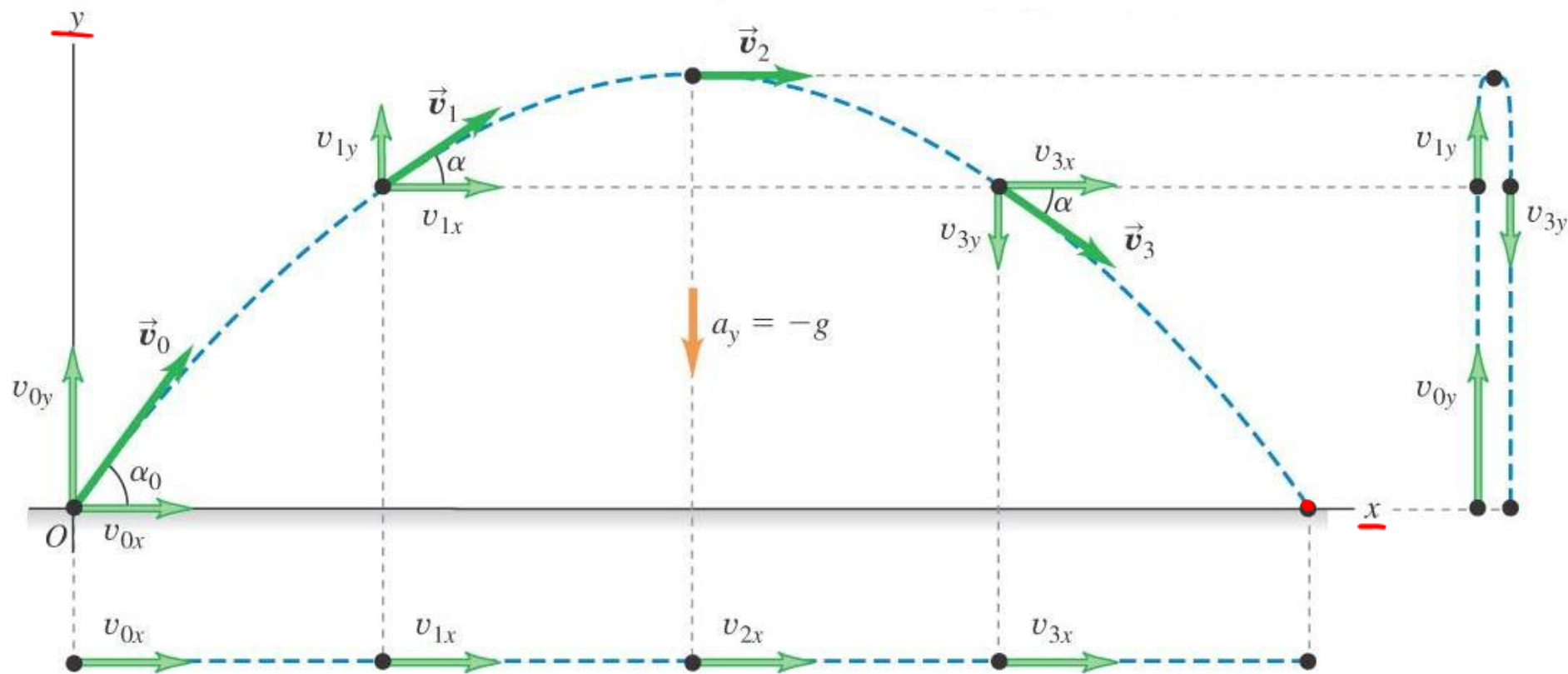
Hastighedsvektoren fås ved
komponentvis differentiation. Den er
altid tangent til banekurven

$$\underline{\vec{r}'}(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = v(\vec{t}) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix} \quad x'(t) = \frac{d\bar{x}(t)}{dt}$$

Accelerationsvektoren fås ved
komponentvis differentiation af
hastighedsvektoren. Det er tit en fordel
at opdele accelerationsvektoren i en
radial og en *tangentiel komponent*.

$$\underline{\vec{r}''}(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \\ z''(t) \end{pmatrix} = v'(\vec{t}) = a(t\vec{t}) = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{pmatrix} \quad x''(t) = \frac{d^2\bar{x}(t)}{dt^2}$$

Projektilbevægelse



Forudsætning:

- 1) kun tyngdekraft dvs. ingen luftmodstand
- 2) punktformet partikel

Find $(x(t), y(t))$

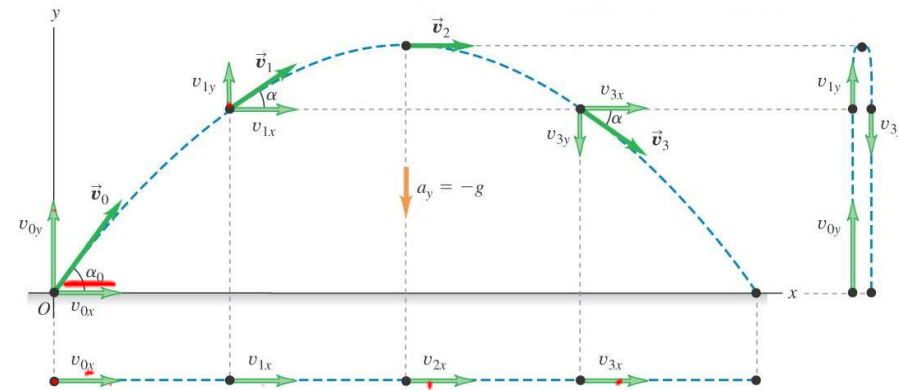
Projektilbevægelse

acceleration:

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

} konstant
i tid



hastighed:

$$v_x = v_{0,x} = |\vec{v}_0| \cdot \cos(\alpha_0)$$

$$v_y = v_{0,y} - g \cdot t = |\vec{v}_0| \cdot \sin(\alpha_0) - g \cdot t$$

position:

$$x(t) = x_0 + v_{0,x} \cdot t \quad (\text{linear i tid})$$

$$y(t) = y_0 + v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (\text{kvadratisk i tid})$$

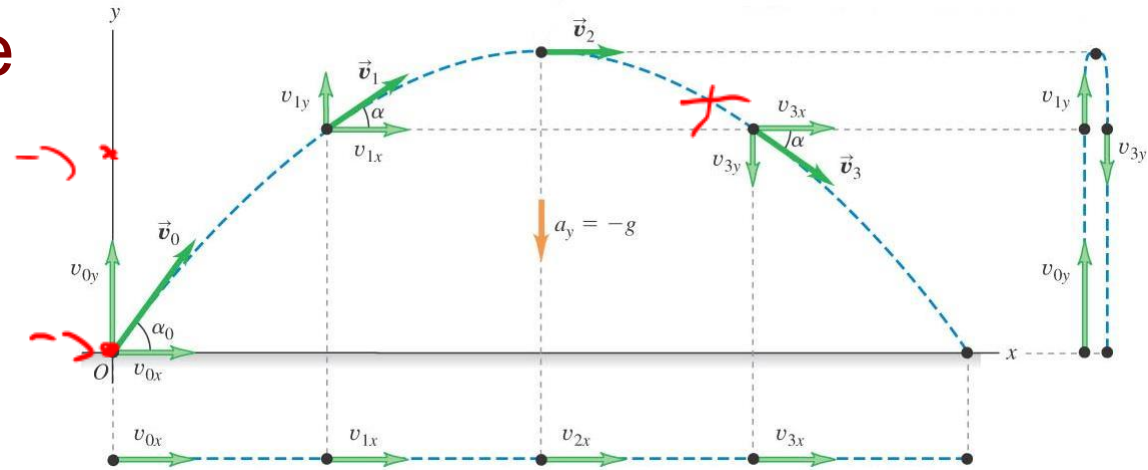
Fra forelæsning 1:

Formler for bevægelse med konstant acceleration i 1D

$$\underline{v} = v_0 + \underline{a}t$$

$$\underline{x} = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Projektilbevægelse



Banekurve:

$$y(x), \quad x_0 = y_0 = 0$$

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha_0) \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha_0)}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow y(t) &= v_0 \sin(\alpha_0) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ &= \frac{v_0 \sin(\alpha_0) \cdot x}{v_0 \cos(\alpha_0)} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha_0)} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{y(x) = \tan(\alpha_0) \cdot x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha_0)} \cdot x^2}$$



Du taber en bold fra hvile og samtidig kaster en anden, identisk bold horisontalt med samme højde som den første bold. Hvilken bold rammer jorden først? Se bort fra luftmodstand.

Bolden der tabes

0%

Bolden der kastes

0%

De rammer jorden på samme tid

0%

Svaret afhænger af hvilken far den anden bold kasted af sted med

0%





115

Join at: **vevox.app**ID: **192-692-974**

Preparing Results

Du taber en bold fra hvile og samtidig kaster en anden, identisk bold horisontalt med samme højde som den første bold. Hvilken bold rammer jorden først? Se bort fra luftmodstand.

Bolden der tabes



Bolden der kastes



De rammer jorden på samme tid



Svaret afhænger af hvilken far den anden bold kasted af sted med



$$y(t) = y_0 + v_{y,0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

RESULTS SLIDE

Eksempel 1:

2 lande er i krig: Det ene land beskyder det andet land med et missil. Missilet skal rejse $L=30$ km for at ramme målet og holde sig under $h=1$ km højde for ikke at blive skudt ned.

problem 5, 8, 10

$$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta) \cdot \cos(\theta)$$

- a) Hvad er hastigheden på missile? Og hvad er affyrings vinklen?
- b) Hvor lang tid er missile undervejs?



højst punkt $h = y = \frac{(V_0 \sin(\theta))^2}{2g}$

$$\Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{h \cdot 2g}{\sin^2 \theta}}$$

Længde $L = R = \frac{V_0^2 \cdot \sin(2\theta)}{g} = \frac{h \cdot 2g \cdot \sin(2\theta)}{g \sin^2 \theta} = \frac{2 \cdot 2h \cos \theta}{\sin \theta}$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos(\theta)} = \frac{2 \cdot 2h}{L} \Rightarrow \tan \theta = \frac{2 \cdot 2h}{L}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2 \cdot 2h}{L}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4 \cdot 1000m}{30 \cdot 1000m}\right) \approx 0.13 \text{ rad} \approx \underline{\underline{7.59^\circ}}$$

Eksempel 1:

2 lande er i krig: Det ene land beskyder det andet land med et missil. Missilet skal rejse $L=30$ km for at ramme målet og holde sig under $h=1$ km højde for ikke at blive skudt ned.

- a) Hvad er hastigheden på missile? Og hvad er affyrings vinklen?
- b) Hvor lang tid er missile undervejs?

$$v_0 = \sqrt{\frac{h \cdot 2g}{\sin^2 \theta}} = \sqrt{\frac{1000 \text{ m} \cdot 2 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2}{\sin^2(0.13 \text{ rad})}} = 1059 \text{ m/s} \approx 3813 \text{ km/h}$$

$$T_{\text{tof}} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(\theta)}{g} = \frac{2 \cdot 1059 \text{ m/s} \cdot \sin(0.13 \text{ rad})}{9.8 \text{ m/s}^2} \approx \underline{28 \text{ s}}$$



Eksempel 2:

2 lande er i krig: Det ene land beskyder det andet land **fra et bjerg på 500 m** med et missil. Missilet skal rejse $L=30$ km for at ramme målet og holde sig under $h=1$ km højde for ikke at blive skudt ned.

Hvad er hastigheden på missilet ?

1230 m/s

0%

1059 m/s

0%

1420 m/s

0%

1140 m/s

0%



Gemini

Claude



ChatGPT



deepseek



65

Join at: **vevox.app**ID: **192-692-974**

Preparing Results

Eksempel 2:

2 lande er i krig: Det ene land beskyder det andet land **fra et bjerg på 500 m** med et missil. Missilet skal rejse $L=30$ km for at ramme målet og holde sig under $h=1$ km højde for ikke at blive skudt ned.

Hvad er hastigheden på missilet ?



1230 m/s



66.15%

1059 m/s



9.23%

1420 m/s



21.54%

1140 m/s



3.08%



ChatGPT



deepseek



Hjælpemidler

Alle hjælpemidler - uden adgang til internettet

<https://student.dtu.dk/studieregler/eksamen/brug-af-hjaelpemidler-ved-skriftlig-eksamen>

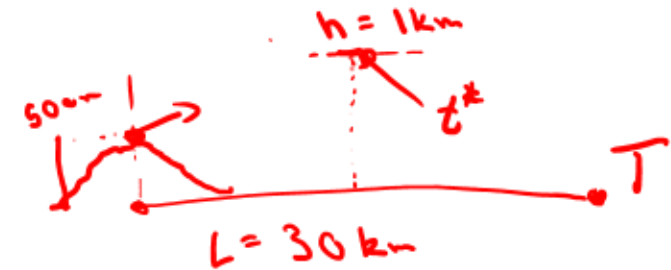
RESULTS SLIDE

Alle hjælpemidler tilladt - uden adgang til internettet, dvs. udover skriftlige hjælpemidler er det også tilladt at medbringe bærbar computer, tablet og lignende. Det er ikke tilladt at bruge generativ AI.

Eksempel 2:

2 lande er i krig: Det ene land beskyder det andet land **fra et bjerg på 500 m** med et missil. Missilet skal rejse $L=30$ km for at ramme målet og holde sig under $h=1$ km højde for ikke at blive skudt ned.

- a) Hvad er hastigheden på missile ? Og hvad er affyrings vinklen?
- b) Hvor lang tid er missile undervejs?



$$\begin{aligned}x(t) &= v_{0x} \cdot t \\y(t) &= v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 + 500 \text{ m} \\v_x &= v_{0x} \\v_y &= v_{0y} - g t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t=T) &= L = v_{0x} \cdot T \\y(t=T) &= 0 = v_{0y} \cdot T - \frac{1}{2} g T^2 \\v_x(t^*) &= v_{0x} \\v_y(t^*) &= 0 = v_{0y} - g \cdot t^* \\ \frac{v_{0x}}{v_{0y}} &= \frac{v_0 \sin \theta}{v_0 \cos \theta} \Leftrightarrow \tan \theta = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}\end{aligned}$$

5 eq. 5 unknowns

Eksempel 2:

problem 6

2 lande er i krig: Det ene land beskyder det andet land fra et bjerg på 500 m med et missil. Missilet skal rejse $L=30$ km for at ramme målet og holde sig under $h=1$ km højde for ikke at blive skudt ned.

- a) Hvad er hastigheden på missile ? Og hvad er affyrings vinklen?
- b) Hvor lang tid er missile undervejs?

```
In [4]: from sympy import symbols, solve, Eq, sin, cos, tan, Rational
g, theta, V0x, V0y, T, t, L = symbols('g, theta, V0x, V0y, T, t, L')
eq1 = Eq(V0x*T, L)
eq2 = Eq(V0y*T - Rational(1,2)*g*T**2 + 500, 0)
eq3 = Eq(V0y - g*t, 0)
eq4 = Eq(V0y*T - Rational(1,2)*g*T**2 + 500, 1000)
eq5 = Eq(V0y/V0x, tan(theta))

eq_const1 = Eq(g, 9.8)
eq_const2 = Eq(L, 30*1000)

print('Equations:')
display(eq1)
display(eq2)
display(eq3)
display(eq4)
display(eq5)
display(eq_const1)
display(eq_const2)
print('Solution:')
sol = solve([eq1, eq2, eq3, eq4, eq5, eq_const1, eq_const2], [g, theta, V0x, V0y, T, t, L], set=True)
display(sol)
```

Solution:

```
([L, T, V0x, V0y, g, t, theta],
{(30000.000000000000,
-24.3872397312364,
-1230.15151901650,
-98.9949493661167,
9.800000000000000,
-10.1015254455221,
0.0803007404166302),
(30000.000000000000,
-4.18418884019218,
-7169.84848098350,
98.9949493661167,
9.800000000000000,
10.1015254455221,
-0.0138062414657192),
(30000.000000000000,
4.18418884019218,
7169.84848098350,
-98.9949493661167,
9.800000000000000,
-10.1015254455221,
-0.0138062414657192),
(30000.000000000000,
24.3872397312364,
1230.15151901650,
98.9949493661167,
9.800000000000000,
10.1015254455221,
0.0803007404166302)})
```

Equations:

$$TV_0x = L$$

$$-\frac{T^2g}{2} + TV_0y + 500 = 0$$

$$V_0y - gt = 0$$

$$V_0yT - \frac{gt^2}{2} + 500 = 1000$$

$$\frac{V_0y}{V_0x} = \tan(\theta)$$

$$g = 9.8$$

$$L = 30000$$

Eksperimenter

DTU

10060 Physics (Polytechnical Foundation), Spring ...

Alexander Bagge

Course Admin

My Course

Activities

Content

Assignments

Discussions

Video & Streaming

Help

+ New Module

Visible

Add Existing

Create New

Search titles, descriptions

Practical Information

Course plan

Spring

Fall

Experiments

Slides

Textbook

University Physics, Vol 1

University Physics, Vol 2

Experiments

Spring 2026		Autumn 2026	
Experiment 1 23 February - 6 March	Experiment 2 16 - 27 March	Experiment 3 21 September - 2 October	Experiment 4 19 - 30 October

Timeslots for experiments

Each experiment runs for two weeks across all modules (if there are enough students signed up). You should only participate in one timeslot, which is hours. The timeslots are 8-12 and 13-17 on all days, and additionally 18-Tuesdays.

DTU

10060 Physics (Polytechnical Foundation), Spring ...

Alexander Bagge as Student

My Course

Activities

Content

Assignments

Discussions

Video & Streaming

Help

Groups

View Available Groups

My Groups

Groups	Members	Assignment	Discussions	Locker	Email	Action
Experiment 1 Pick date and time						
Experiment 1-2026-02-23_8-12	45/80					Leave Group
Experiment 1-2026-02-23_13-17	42/80					Leave Group
Experiment 1-2026-02-24_8-12	30/80					Leave Group
Experiment 1-2026-02-24_13-17	28/80					Leave Group

25

Break

10 min

9 min

8 min

7 min

6 min

5 min

4 min

3 min

2 min

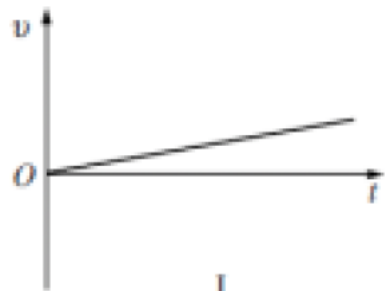
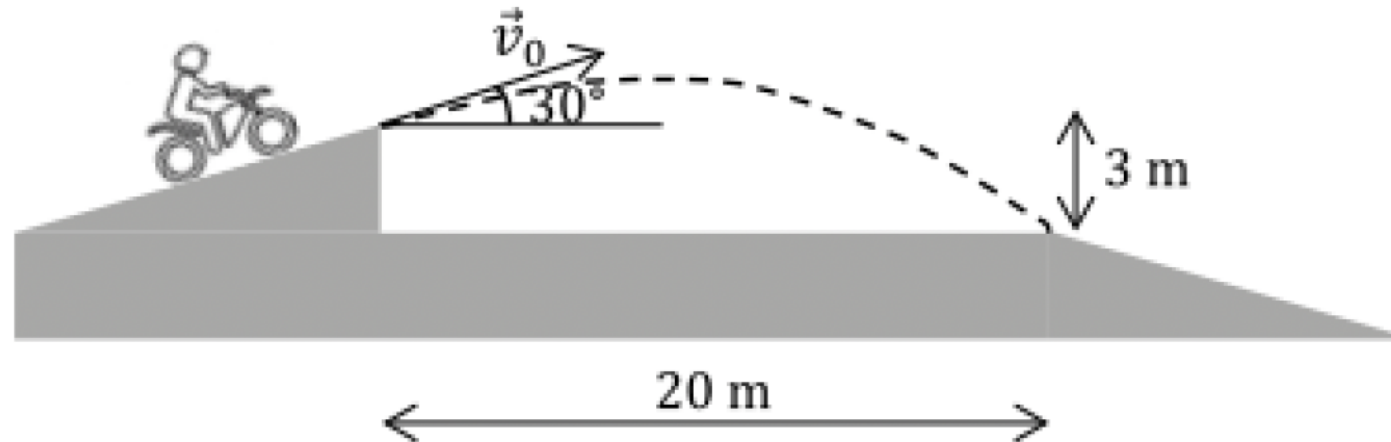
1 min

Time!

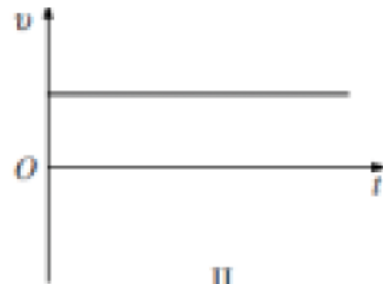


En stuntman kører en motocykel op ad en rampe, forlader rampen med starthastigheden, v_0 , og lander efterfølgende på en anden rampe.

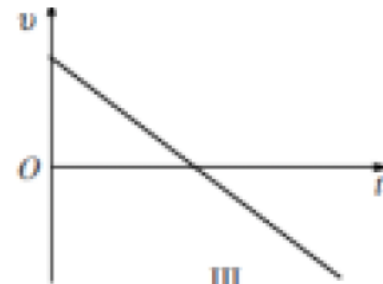
Hvilke grafer viser bedst den **lodrette** hastighedskomponent af motorcyklen som function af tiden?



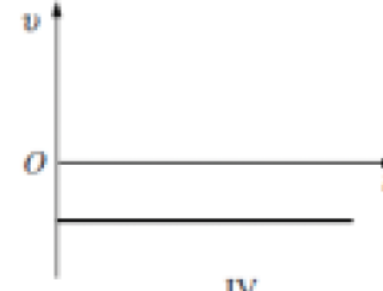
I



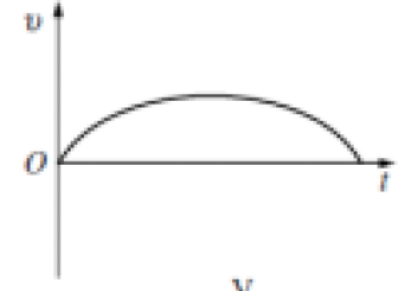
II



III



IV



V

I

0%

II

0%

III

0%

IV

0%

V

0%



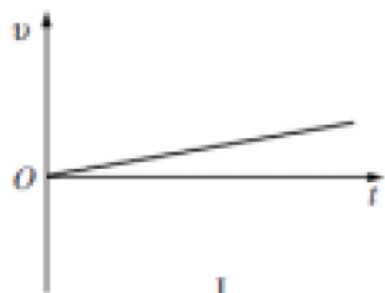
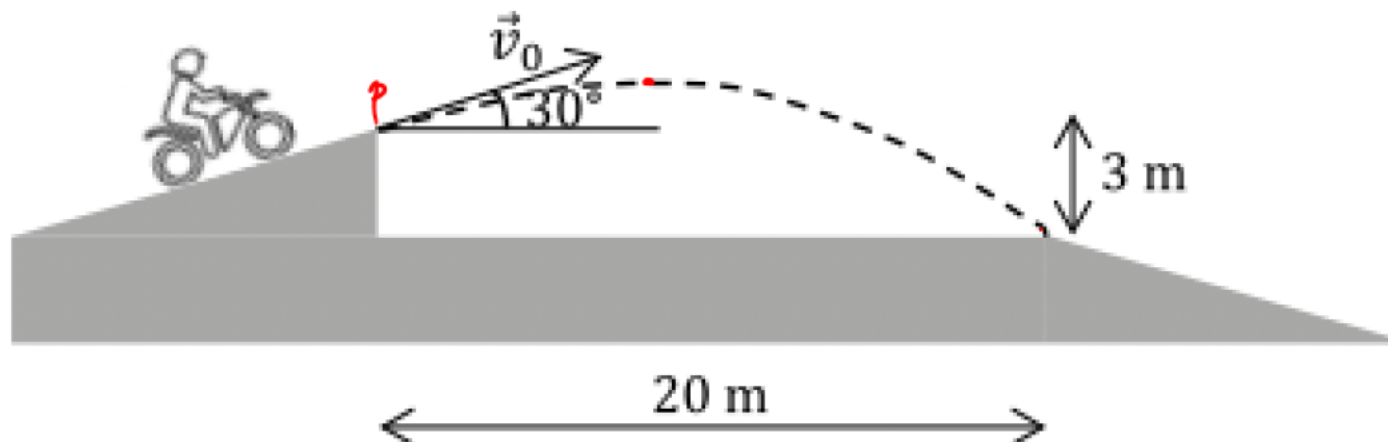
64

Join at: **vevox.app**ID: **192-692-974**

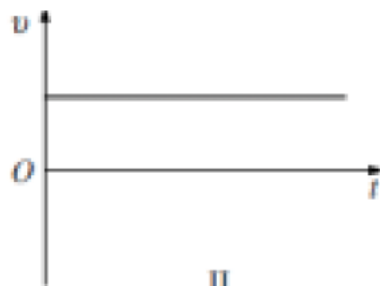
Preparing Results

En stuntman kører en motocykel op ad en rampe, forlader rampen med starthastigheden, v_0 , og lander efterfølgende på en anden rampe.

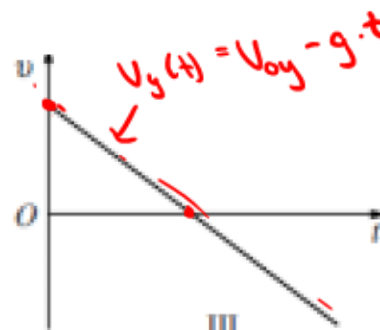
Hvilke grafer viser bedst den lodrette hastighedskomponent af motorcyklen som function af tiden?



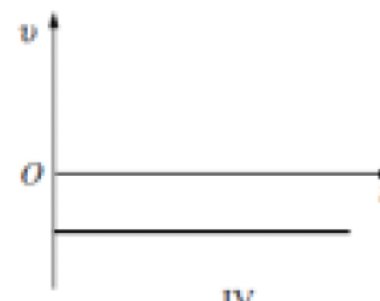
I



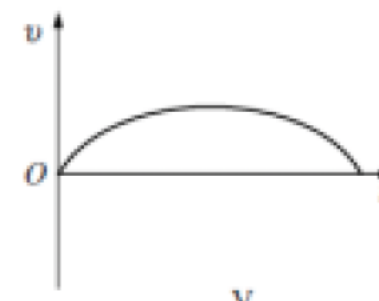
II



III



IV



V

I

1.54%

II

3.08%

III

86.15%

IV

0%

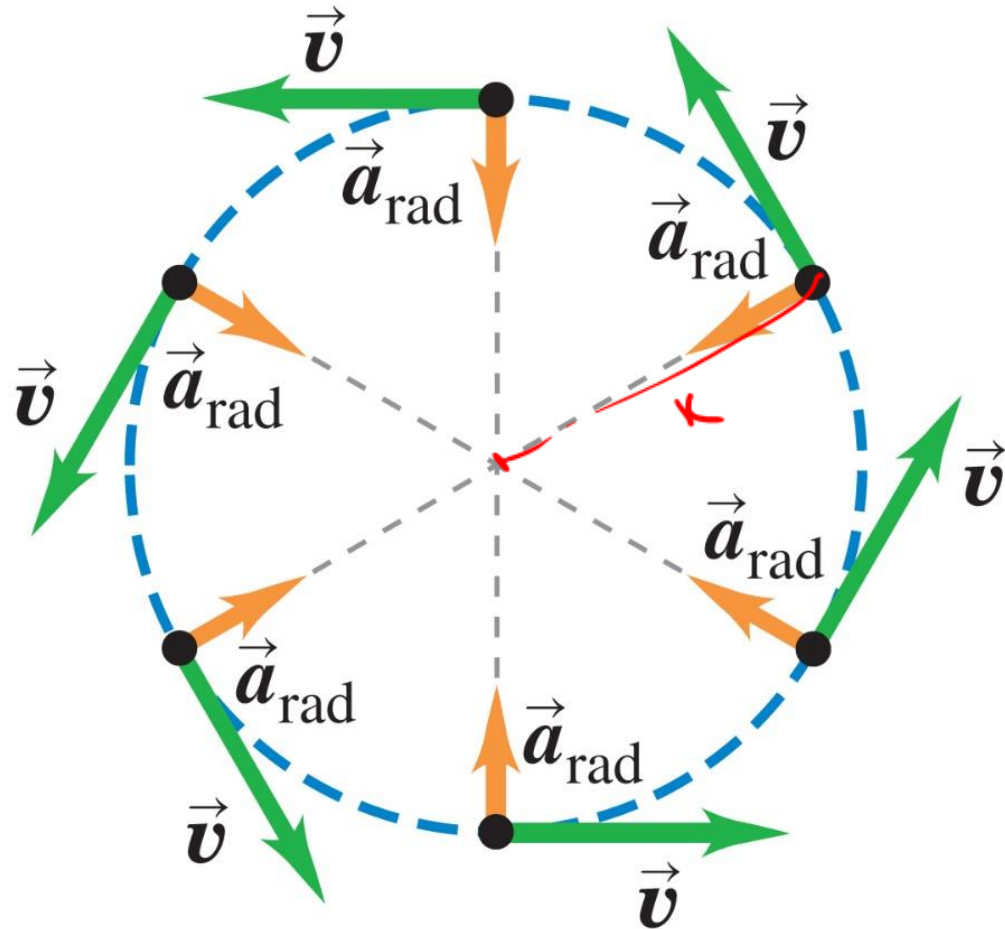
V

9.23%

RESULTS SLIDE

Cirkulær bevægelse med konstant fart

Konstant fart $\Rightarrow |\vec{v}| = \text{konstant}$



© 2020 Pearson Education, Inc.

$$|\vec{a}_{\text{rad}}| = \frac{v^2}{R} \quad \leftarrow$$

$$v = \frac{\text{omkreds}}{\text{omløbstid}} = \frac{2\pi \cdot R}{T} \quad \leftarrow$$

$$\begin{aligned} |\vec{a}_{\text{rad}}| &= \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 \cdot R^2}{T^2 \cdot R} \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2} \end{aligned}$$



En cykelist kører rundt i en cirkel på 30 sekunder og med hastigheden 10 km/t. Hvad er accelerationen som cykelisten bliver påvirket af? (brug $g=9.8 \text{ m/s}^2$)

$$a_{rad} = \frac{v^2}{r} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Acceleration er 0.04 g

0%

Acceleration er 0.05 g

0%

Acceleration er 0.06 g

0%

Acceleration er 0.07 g

0%

Acceleration er 0.08 g

0%





65

Join at: **vevox.app**ID: **192-692-974**

Preparing Results

En cykelist kører rundt i en cirkel på 30 sekunder og med hastigheden 10 km/t.
Hvad er accelerationen som cykelisten bliver påvirket af? (brug $g=9.8 \text{ m/s}^2$)

$$a_{rad} = \frac{v^2}{r} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = \frac{v \cdot T}{2\pi} = \frac{\left(\frac{10 \cdot 10^3}{60 \cdot 60}\right) \text{ m/s} \cdot 30 \text{ s}}{2\pi}$$

$$= \underline{\underline{13.3 \text{ m}}}$$

$$a_{rad} = \frac{\left(\frac{10 \cdot 10^3}{60 \cdot 60}\right)^2}{13.3 \text{ m}} = \underline{\underline{0.58 \text{ m/s}^2}}$$

$$\frac{0.58}{9.8} = \underline{\underline{0.06 \text{ g}}}$$

Acceleration er 0.04 g



3.08%

Acceleration er 0.05 g



7.69%

Acceleration er 0.06 g

70.77%

Acceleration er 0.07 g



7.69%

Acceleration er 0.08 g



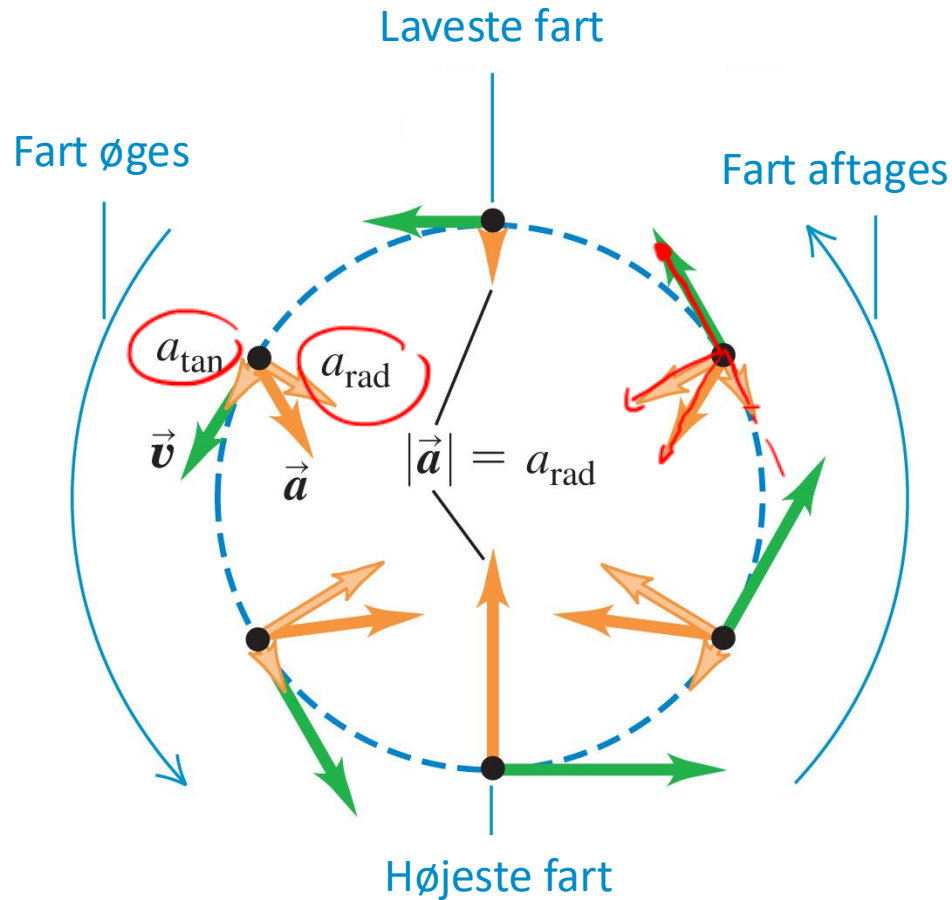
10.77%



RESULTS SLIDE

Cirkulær bevægelse med ikke-konstant fart

Eksempel: Lodret loop



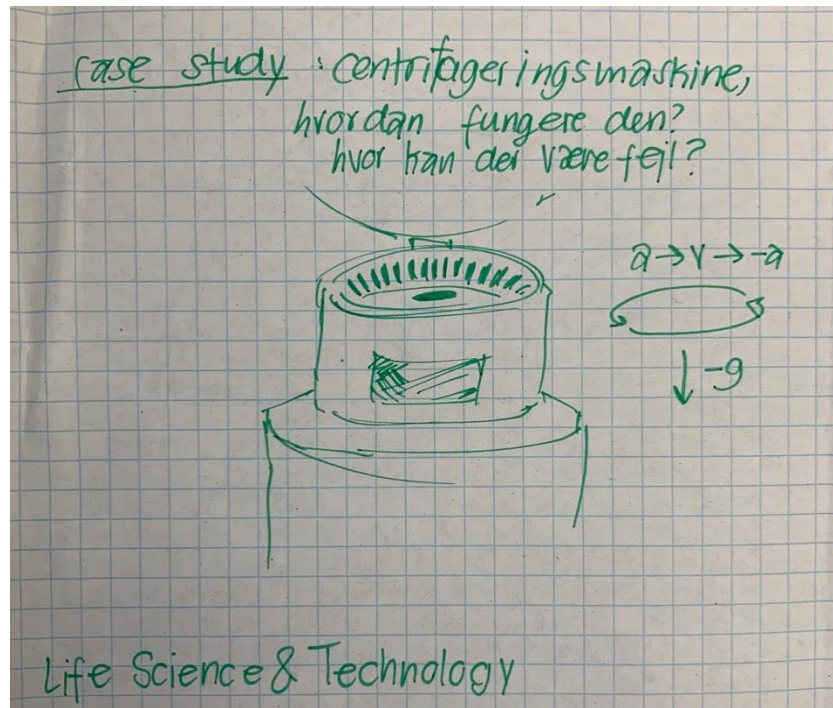
$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R}$$
$$a_{\text{tan}} = \frac{d|v|}{dt} \leftarrow \text{fart}$$

$$\frac{d|v|}{dt} \neq \left| \frac{dv}{dt} \right|$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_{\text{total}}$$

$$\left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right| = |\vec{a}_{\text{total}}| = \sqrt{a_{\text{rad}}^2 + a_{\text{tan}}^2}$$

Case study



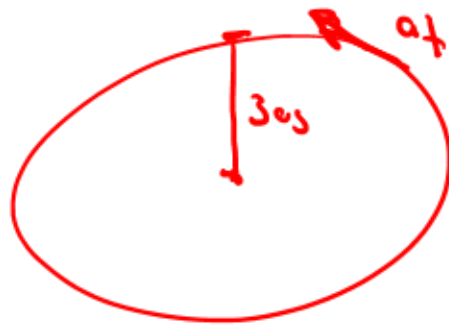
En centrifuge har en konstant tangential acceleration på $a_t = 8 \text{ m/s}^2$ i 15 s hvorefter den opnår centrifuge hastigheden.

- a) Hvad er denne hastighed?
- b) Hvor mange omdrejninger per minut (rpm) har centrifugen efter accelerationen?

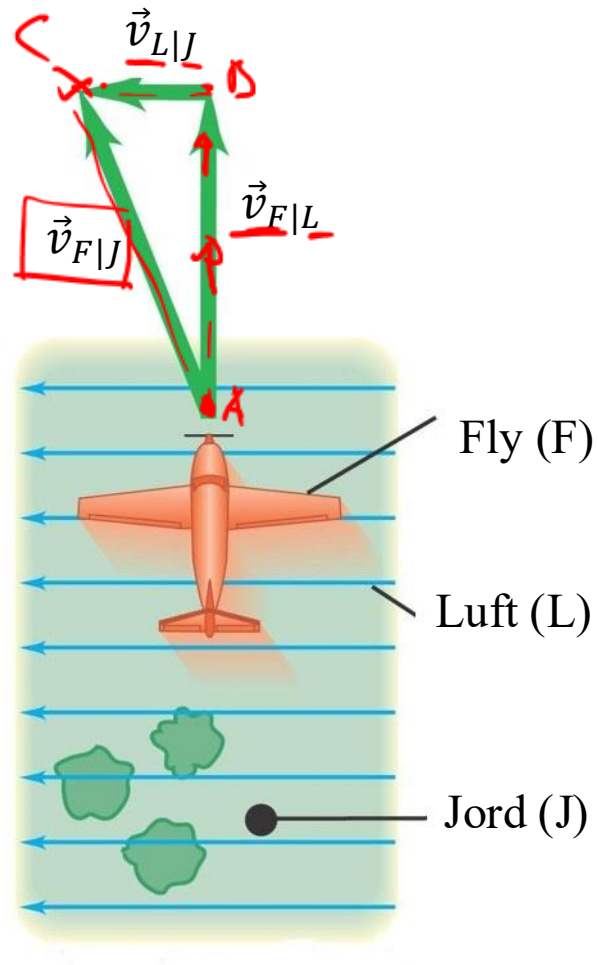
$$\boxed{\frac{d|v|}{dt} = a_t}$$
$$v(t) = \int a_t dt = \int_0^{15s} a_t dt = [a_t \cdot t]_0^{15}$$
$$= 8 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ s} = \underline{\underline{120 \text{ m/s}}}$$

$$C = 2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 0.3 \text{ m} = 1.8 \text{ m}$$

$$\text{rpm} = \frac{120 \text{ m/s}}{1.8 \text{ m}} = 66.6 \text{ rps} \cdot 60 = \underline{\underline{3996 \text{ RPM}}}$$



Relativ hastighed i to dimensioner



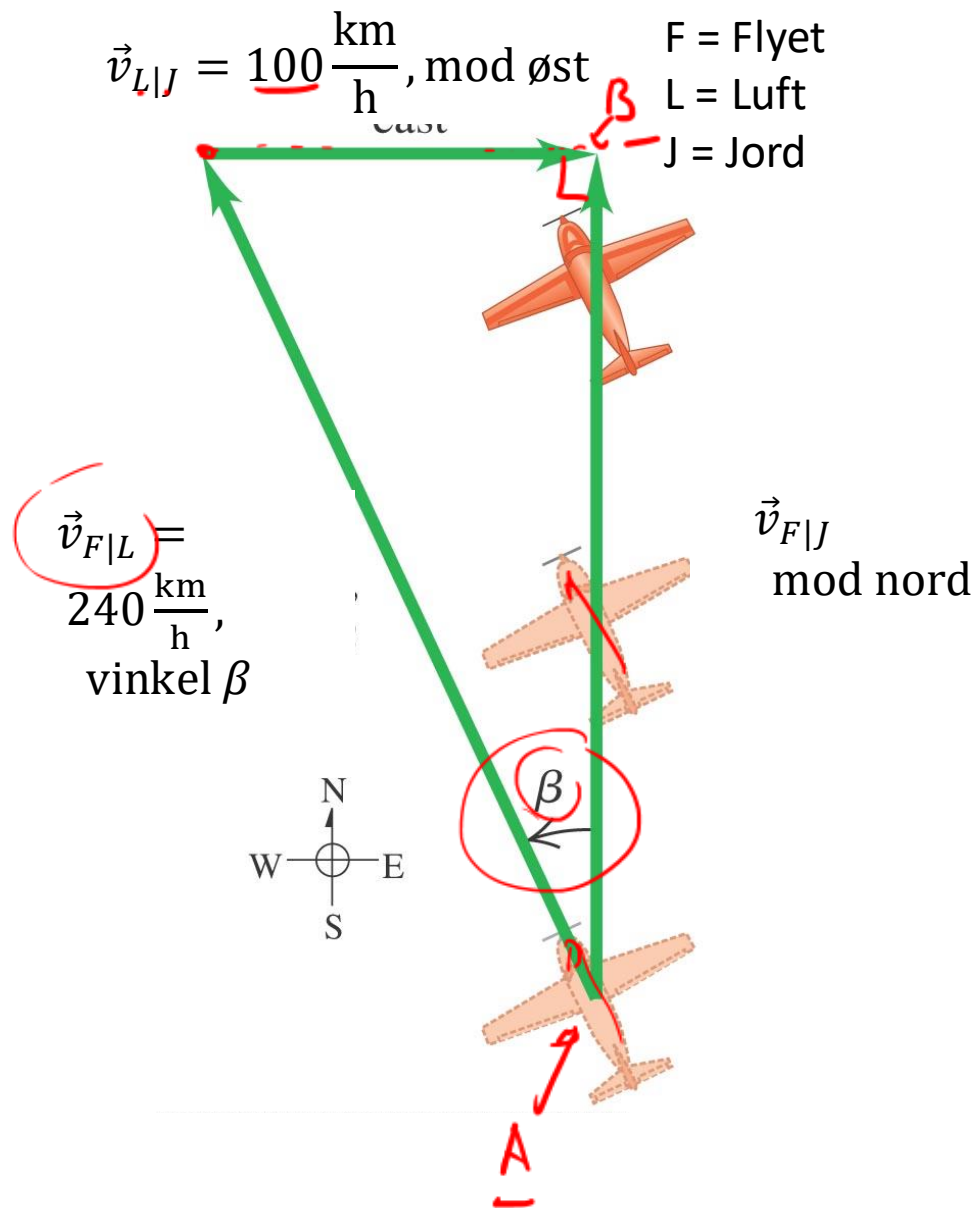
Hvad er flyets hastighed i forhold til jorden?

$$\vec{v}_{F|J} = \vec{v}_{F|L} + \vec{v}_{L|J}$$

fart:

$$|\vec{v}_{F|J}| = \sqrt{v_{F|L}^2 + v_{L|J}^2}$$

Eksempel: Relativ hastighed i to dimensioner



Hvilken kurs skal flyet have for at kompensere for sidevinden?

$$\sin(\beta) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

$$= \frac{|v_{L|J}|}{|v_{F|L}|}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{100 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{240 \frac{\text{km}}{\text{h}}}\right) = 24,6^\circ$$

Feedback on padlet



<https://dtudk.padlet.org/alexbag/input-til-fysik-pg-forel-sninger-g895Ind9fafle6kz>