Problem A

Lad W være udspændt af følgende vektorer i $\mathbb{R}^3$:

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Angiv en ordnet basis for W test

Løsning

Laver en totalmatrix

Problem B

Lad $C_\infty(\mathbb{R})$ være det reelle vektorrum fra Eksempel 10.4.5 i lærebogen. Der defineres en funktion $L : C_\infty(\mathbb{R}) \to C_\infty(\mathbb{R})$ ved $L(f) = f' + f - 1$ hvor udtrykket f' betegner den afledte funktion af f. Er L en lineær afbildning?

Problem C

Lad $F : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ være defineret som følger:

$$F\left(\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad v_1 v_2 \in \mathbb{C}$$

Der gives ordnede baser

$$\beta = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \text{ og } \gamma = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \text{ for } \mathbb{C}^2$$

Beregn afbildningsmatricen $[F \;\; \beta \;\; \gamma]$.

Problem D

Der vælges følgende ordnede basis for det reelle vektorrum $\mathbb{R}^{2\times 2}$:

$$\beta = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

Givet den lineære afbildning $M : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ defineret ved

$$M(\boldsymbol{A}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$$

Beregn afbildningsmatricen $[M \;\; \beta \;\; \beta]$.

Problem E

Givet følgende matrix

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

Bestem matricens egenværdier samt ordnede baser for de tilhørende egenrum.

Problem F

Om et inhomogent lineært ligningssystem over $\mathbb{R}$ med fire ligninger og to ubekendte oplyses at

$$\boldsymbol{v}_p = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

er en partikulær løsning. Er vektoren $3 \cdot \boldsymbol{V}_p$ en løsning til systemet?

Problem G

lad V være det reelle vektorrum $\mathbb{R}^{3\times 3}$. Angiv et underum af V af dimension 5 og gør rede for dit svar.